

## Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

21 декабря 2017 года

Вариант МА10209

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

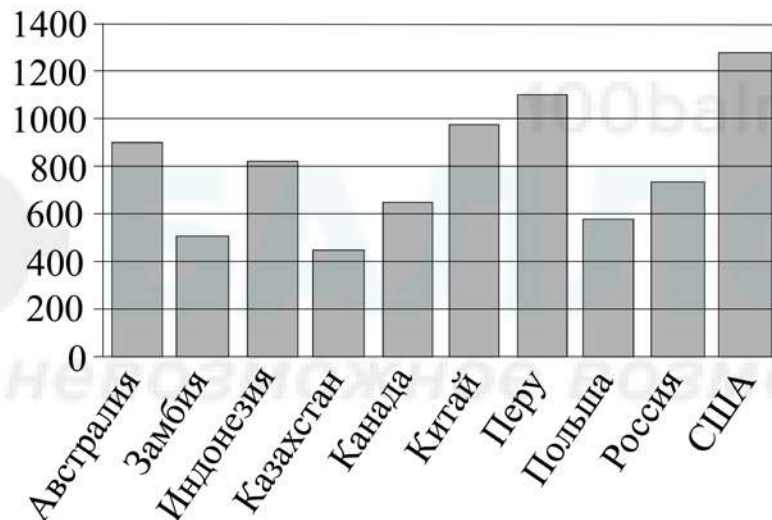
## Часть 1

*Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1 Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 3 %. Книга стоит 300 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

Ответ: \_\_\_\_\_.

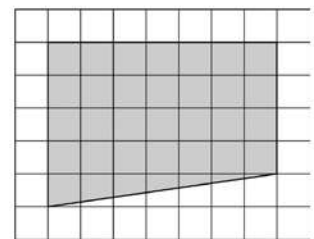
- 2 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимала Россия?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите её площадь.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 4 Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию  $A = \{\text{сумма очков равна } 9\}$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

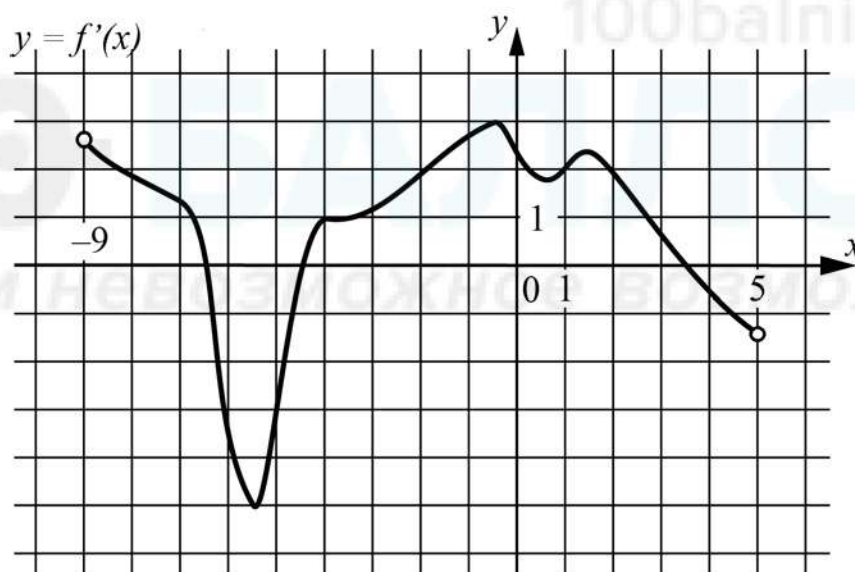
5 Найдите корень уравнения  $-\frac{2}{9}x = 1\frac{1}{9}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $150^\circ$ . Боковая сторона треугольника равна 26. Найдите площадь этого треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_.

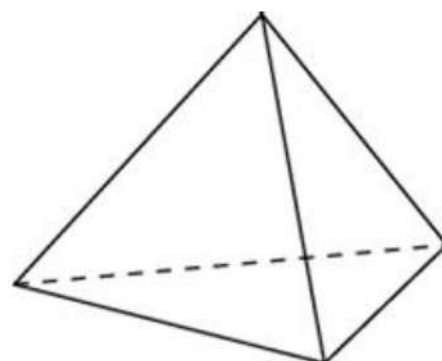
7 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 5)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Во сколько раз уменьшится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра уменьшить в три раза?

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Часть 2**

9 Найдите значение выражения  $8^{\sqrt{8}+6} \cdot 8^{-5-\sqrt{8}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому  $P = \sigma ST^4$ , где  $P$  — мощность излучения звезды (в ваттах),  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$  — постоянная,  $S$  — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а  $T$  — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна  $\frac{1}{729} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$ , а мощность её излучения равна  $5,13 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$ . Найдите температуру этой звезды в кельвинах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Васе надо решить 245 задач. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днём. Известно, что за первый день Вася решил 11 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 7 дней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите наибольшее значение функции  $y = 8x - 4\text{tg}x - 2\pi + 2$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

13 а) Решите уравнение  $\sin 2x + 2 \cos^2 x + \cos 2x = 0$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$ .

14 В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  боковое ребро равно 7, а сторона основания равна 6. На продолжении ребра  $SA$  за точку  $A$  отмечена точка  $P$ , а на продолжении ребра  $SB$  за точку  $B$  — точка  $Q$ , причём  $AP = BQ = SA$ .

а) Докажите, что прямые  $PQ$  и  $SC$  перпендикулярны друг другу.

б) Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $CPQ$ .

15 Решите неравенство  $\log_6(64^x + 36^x - 65 \cdot 8^x + 64) \geq 2x$ .

16 Окружность с центром  $O$ , вписанная в треугольник  $ABC$ , касается его сторон  $BC$ ,  $AB$  и  $AC$  в точках  $K$ ,  $L$  и  $M$  соответственно. Прямая  $KM$  вторично пересекает в точке  $P$  окружность радиуса  $AM$  с центром  $A$ .

а) Докажите, что прямая  $AP$  параллельна прямой  $BC$ .

б) Пусть  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AM = 3$ ,  $CM = 2$ ,  $Q$  — точка пересечения прямых  $KM$  и  $AB$ , а  $T$  — такая точка на отрезке  $PQ$ , что  $\angle OAT = 45^\circ$ . Найдите  $QT$ .

17 Строительство нового завода стоит 115 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. единиц продукции на таком заводе равны  $0,5x^2 + x + 9$  млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px - (0,5x^2 + x + 9)$ .

Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении  $p$  строительство завода окупится не более чем за 5 лет?

**18** Найдите все целые отрицательные значения параметра  $a$ , при каждом из которых существует такое действительное число  $b > a$ , что неравенство  $21b \geq 6|a + b| - 3|b - 2| - |a - b| - 9|a^2 - b + 2| + 16$  не выполнено.

**19** Шесть экспертов оценивали фильм. Каждый из них выставил оценку — целое число баллов от 0 до 10 включительно. Все эксперты выставили различные оценки. Старый рейтинг фильма — это среднее арифметическое всех оценок экспертов. Новый рейтинг фильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки, и подсчитывается среднее арифметическое четырёх оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться  $\frac{1}{18}$ ?

б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться  $\frac{1}{12}$ ?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности старого и нового рейтингов.

100-БАЛЛОВ  
100balnik.com  
Делаем невозможное возможным

## Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

21 декабря 2017 года

Вариант МА10210

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

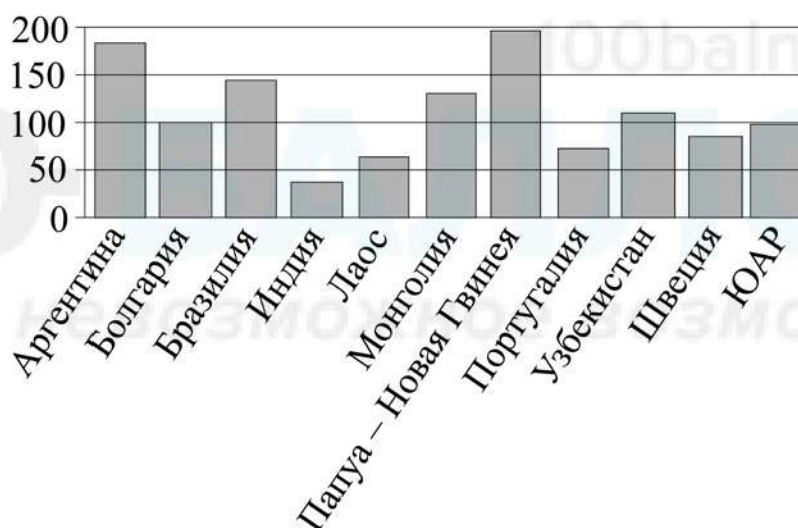
## Часть 1

*Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1 Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 4 %. Книга стоит 150 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

Ответ: \_\_\_\_\_.

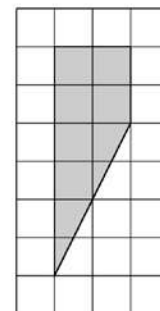
- 2 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа – Новая Гвинея, одиннадцатое место — Индия. Какое место занимала Бразилия?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите её площадь.

Ответ: \_\_\_\_\_.





- 4 Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию  $A = \{\text{сумма очков равна } 2\}$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

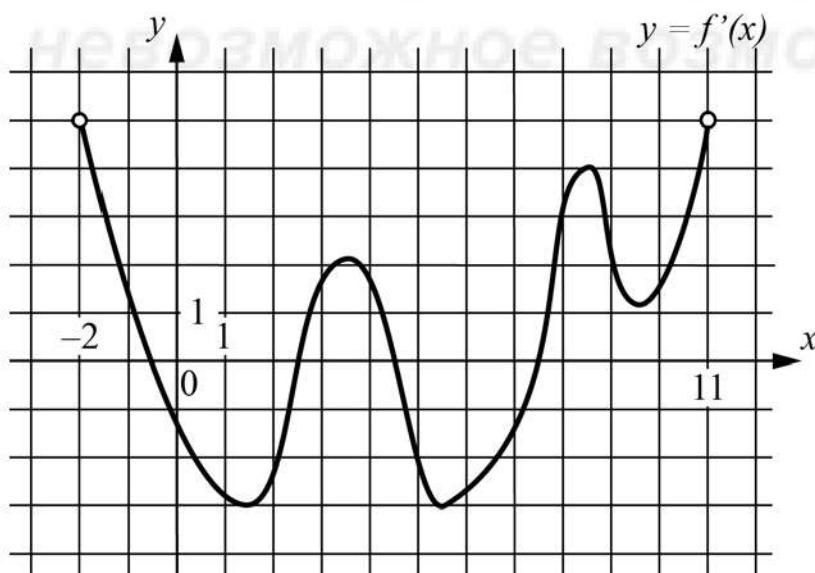
- 5 Найдите корень уравнения  $-\frac{5}{6}x = 12\frac{1}{2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $150^\circ$ . Боковая сторона треугольника равна 40. Найдите площадь этого треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_.

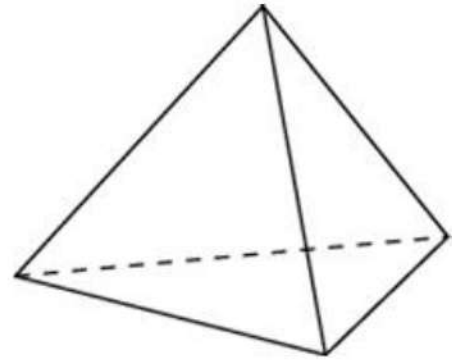
- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 11)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Во сколько раз увеличится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра увеличить в девять раз?

Ответ: \_\_\_\_\_.



### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $5^{\sqrt{3}+5} \cdot 5^{-4-\sqrt{3}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому  $P = \sigma ST^4$ , где  $P$  — мощность излучения звезды (в ваттах),  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$  — постоянная,  $S$  — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а  $T$  — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна  $\frac{1}{128} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$ , а мощность её излучения равна  $1,14 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$ . Найдите температуру этой звезды в кельвинах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Васе надо решить 98 задач. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днём. Известно, что за первый день Вася решил 8 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 7 дней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наибольшее значение функции  $y = 6x - 3\text{tg}x - 1,5\pi + 2$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

13 а) Решите уравнение  $2\sin^2 x - 2\cos 2x - \sin 2x = 0$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-6\pi; -\frac{9\pi}{2}\right]$ .

14 В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  боковое ребро равно 6, а сторона основания равна 4. На продолжении ребра  $SA$  за точку  $A$  отмечена точка  $P$ , а на продолжении ребра  $SB$  за точку  $B$  — точка  $Q$ , причём  $AP = BQ = SA$ .

а) Докажите, что прямые  $PQ$  и  $SC$  перпендикулярны друг другу.

б) Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $CPQ$ .

15 Решите неравенство  $\log_3(81^x + 16^x - 18 \cdot 4^x + 32) \geq 4x$ .

16 Окружность с центром  $O$ , вписанная в треугольник  $ABC$ , касается его сторон  $BC$ ,  $AB$  и  $AC$  в точках  $K$ ,  $L$  и  $M$  соответственно. Прямая  $KM$  вторично пересекает в точке  $P$  окружность радиуса  $AM$  с центром  $A$ .

а) Докажите, что прямая  $AP$  параллельна прямой  $BC$ .

б) Пусть  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AM = 6$ ,  $CM = 4$ ,  $Q$  — точка пересечения прямых  $KM$  и  $AB$ , а  $T$  — такая точка на отрезке  $PQ$ , что  $\angle OAT = 45^\circ$ . Найдите  $QT$ .

17 Строительство нового завода стоит 122 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. единиц продукции на таком заводе равны  $0,5x^2 - 2x + 10$  млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px - (0,5x^2 - 2x + 10)$ .

Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении  $p$  строительство завода окупится не более чем за 4 года?

**18** Найдите все целые отрицательные значения параметра  $a$ , при каждом из которых существует такое действительное число  $b > a$ , что неравенство  $20b \geq 6|2a + b| + 2|b - 2| - |2a - b| - 5|4a^2 - b + 2|$  **не выполнено**.

**19** Восемь экспертов оценивали фильм. Каждый из них выставил оценку — целое число баллов от 0 до 12 включительно. Все эксперты выставили различные оценки. Старый рейтинг фильма — это среднее арифметическое всех оценок экспертов. Новый рейтинг фильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки, и подсчитывается среднее арифметическое шести оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться  $\frac{1}{20}$ ?

б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться  $\frac{1}{24}$ ?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности старого и нового рейтингов.

100-БАЛЛОВ  
100balnik.com  
Делаем невозможное возможным