

1.

Поезд отправился из Санкт-Петербурга в 23 часа 50 минут и прибыл в Москву в 7 часов 50 минут следующих суток. Сколько часов поезд находился в пути?

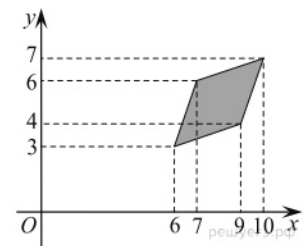
2.

На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался от температуры 60 °С до температуры 90 °С.



3.

Найдите площадь ромба, вершины которого имеют координаты (6;3), (9;4), (10;7), (7;6).



4.

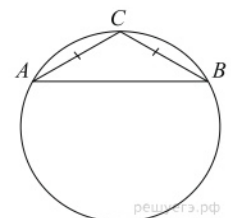
Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

5.

Найдите корень уравнения: $\frac{x - 119}{x + 7} = -5$

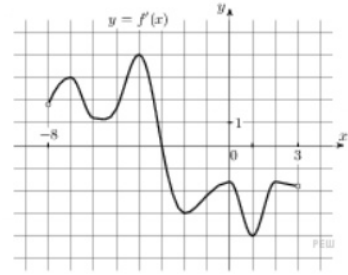
6.

Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 1, угол при вершине, противолежащей основанию, равен 120°. Найдите диаметр описанной окружности этого треугольника.



7.

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. В какой точке отрезка $[-3; 2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



8.

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 4, AD = 3, AA_1 = 4$.

9.

Найдите значение выражения $\sqrt{12} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3}$.

10.

Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полета камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -\frac{1}{100} \text{ м}^{-1}$, $b = 1$ – постоянные параметры, $x(\text{м})$ – смещение камня по горизонтали, $y(\text{м})$ – высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 8 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

11.

В сосуд, содержащий 5 литров 12–процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

12.

Найдите наименьшее значение функции $y = 4 \operatorname{tg} x - 4x - \pi + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

13.

а) Решите уравнение $\log_5(2 - x) = \log_{25} x^4$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_9 \frac{1}{82}; \log_9 8\right]$.

14.

Сечением прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью α содержащей прямую BD_1 и параллельной прямой AC , является ромб.

а) Докажите, что грань $ABCD$ — квадрат.

б) Найдите угол между плоскостями α и BCC_1 , если $AA_1 = 6, AB = 4$.

15.

Решите неравенство: $\frac{\lg(5y^2 - 2y + 1)}{\lg(4y^2 - 5y + 1)^3} \leq \frac{\log_5 7}{\log_5 7}$.

16.

Точка O — центр окружности, описанной около остроугольного треугольника ABC , I — центр вписанной в него окружности, H — точка пересечения высот. Известно, что $\angle BAC = \angle OBC + \angle OCB$.

- а) Докажите, что точка I лежит на окружности, описанной около треугольника BOC .
- б) Найдите угол OIH , если $\angle ABC = 75^\circ$.

17.

Фабрика, производящая пищевые полуфабрикаты, выпускает блинчики со следующими видами начинки: ягодная и творожная. В данной ниже таблице приведены себестоимость и отпускная цена, а также производственные возможности фабрики по каждому виду продукта при полной загрузке всех мощностей только данным видом продукта.

Вид начинки	Себестоимость (за 1 тонну)	Отпускная цена (за 1 тонну)	Производственные возможности
ягоды	70 тыс. руб.	100 тыс. руб.	90 (тонн в мес.)
творог	100 тыс. руб.	135 тыс. руб.	75 (тонн в мес.)

Для выполнения условий ассортиментности, которые предъявляются торговыми сетями, продукции каждого вида должно быть выпущено не менее 15 тонн. Предполагая, что вся продукция фабрики находит спрос (реализуется без остатка), найдите максимально возможную прибыль, которую может получить фабрика от производства блинчиков за 1 месяц.

18.

Найдите все значения a , при которых любое решение уравнения

$$4\sqrt[3]{3,5x - 2,5} + 3\log_2(3x - 1) + 2a = 0$$

принадлежит отрезку $[1; 3]$.

19.

Каждый из 28 студентов писал или одну из двух контрольных работ, или написал обе контрольные работы. За каждую работу можно было получить целое число баллов от 0 до 20 включительно. По каждой из двух контрольных работ в отдельности средний балл составил 15. Затем каждый студент назвал наивысший из своих баллов (если студент писал одну работу, то он назвал балл за неё). Среднее арифметическое названных баллов равно S .

- а) Приведите пример, когда $S < 15$.
- б) Могло ли оказаться, что только два студента написали обе контрольные работы, если $S = 13$?
- в) Какое наименьшее количество студентов могло написать обе контрольные работы, если $S = 13$?