

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8 -0,8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

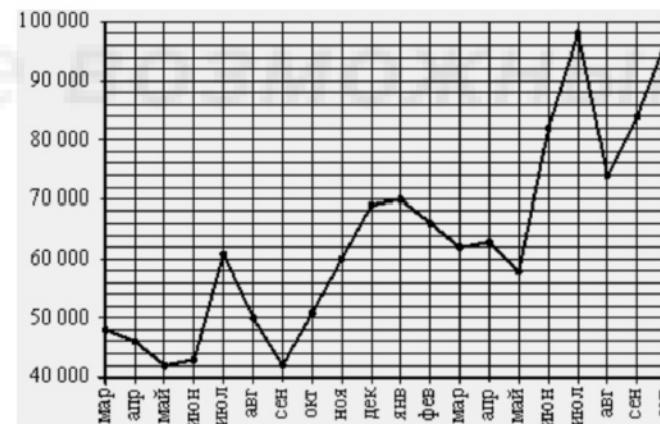
1

Таксист за месяц проехал 11 000 км. Цена бензина 35 рублей за литр. Средний расход бензина на 100 км составляет 7 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

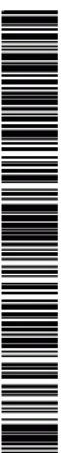
Ответ: _____.

2

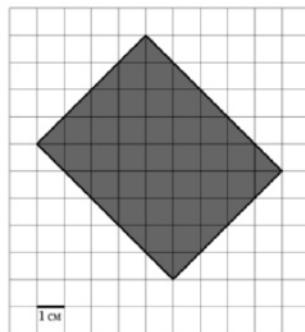
На рисунке жирными точками показано количество запросов со словом ЖАРА, сделанных на поисковом сайте во все месяцы с марта 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – количество запросов. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшее месячное количество запросов со словом ЖАРА в период с июня по октябрь 2009 года.



Ответ: _____.



- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ изображён прямоугольник. Найдите его площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

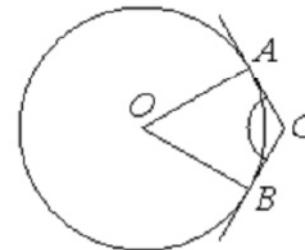
- 4** По отзывам покупателей Василий Васильевич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,93. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,94. Василий Васильевич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

Ответ: _____.

- 5** Найдите корень уравнения
 $3^{\log_9(4x+1)} = 9$.

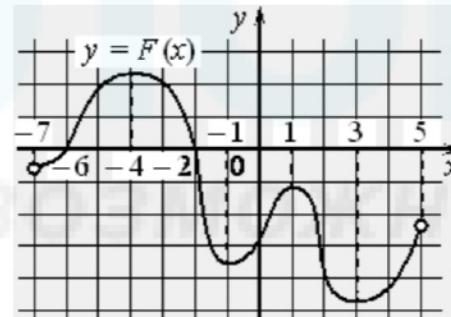
Ответ: _____.

- 6** Через концы A и B дуги окружности с центром O проведены касательные AC и BC . Меньшая дуга AB равна 58° . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 7** На рисунке изображён график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7; 5)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-5; 2]$.

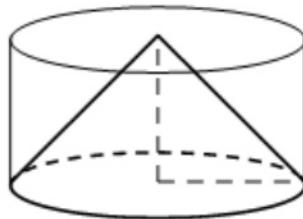


Ответ: _____.



8

- Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $5\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

9

- Найдите значение выражения

$$\log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13}.$$

Ответ: _____.

10

- Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана-Больцмана, согласно которому мощность излучения P (в ваттах) нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры: $P = \sigma S T^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ – постоянная, площадь поверхности S измеряется в квадратных метрах, а температура T – в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь поверхности $S = \frac{1}{18} \cdot 10^{21} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P равна $4,104 \cdot 10^{27}$ Вт. Определите температуру этой звезды. Дайте ответ в градусах Кельвина.

Ответ: _____.

11

- В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Ответ: _____.

12

- Найдите наименьшее значение функции

$$y = (x^2 - 39x + 39) \cdot e^{2-x} \text{ на отрезке } [0; 6].$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.



Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13) а) Решите уравнение

$$\frac{\log_2(\sin x) + \log_2(\sin x)}{2 \cos x + \sqrt{3}} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

14) В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все рёбра равны 6.

- а) Докажите, что угол между прямыми AC и BD_1 равен 90° .
б) Найдите расстояние между прямыми AC и BD_1 .

15) Решите неравенство

$$2x \geq \log_2\left(\frac{35}{3} \cdot 6^{x-1} - 2 \cdot 9^{x-\frac{1}{2}}\right).$$

16) В равнобедренном тупоугольном треугольнике ABC на продолжение боковой стороны BC опущена высота AH . Из точки H на сторону AB и основание AC опущены перпендикуляры HK и HM соответственно.

- а) Докажите, что отрезки AM и MK равны.
б) Найдите MK , если $AB = 5$, $AC = 8$.

17)

15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1000000 рублей на $(n+1)$ месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по n -й долг должен быть на 40 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа n -го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
- к 15-му числу $(n+1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1378 тысяч рублей.

18)

Найдите все значения параметра a , для каждого из которых система уравнений

$$\begin{cases} x + 4y = 1, \\ x^2 + 20xy + 100y^2 - 8ax - 80ay + 97a^2 + 144a + 64 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19)

На доске написано несколько различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых больше 40 и меньше 100.

- а) Может ли на доске быть 5 чисел?
б) Может ли на доске быть 6 чисел?
в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел на доске, если их четыре?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

