Ответы для варианта 29382872

Задание №1 решение и ответ:

В одной таблетке лекарства содержится $70 \cdot 0{,}04 = 2{,}8$ мг активного вещества. Суточная норма активного вещества для ребенка весом 8 кг составит: $1{,}05 \cdot 8 = 8{,}4$ мг. Тем самым, ребенку следует дать 3 таблетки. Ответ: 3

Задание №2 решение и ответ:

Ответ: 3

Задание №3 решение и ответ:

По теореме Пифагора:

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{16+9} = 5.$$

Ответ: 5.

Задание №4 решение и ответ:

Возможность выиграть первую и вторую партию не зависят друг от друга. Вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей: $0{,}52 \cdot 0{,}3 = 0{,}156$. Ответ: 0,156.

Задание №5 решение и ответ:

Последовательно получаем:

$$-\frac{2}{9}x = 1\frac{1}{9} \Leftrightarrow -\frac{2}{9}x = \frac{10}{9} \Leftrightarrow -2x = 10 \Leftrightarrow x = -5.$$

Ответ: −5.

Задание №6 решение и ответ:

Угол между высотами равен углу между сторонами, к которым они проведены: $AOF = \angle B = 82^\circ$.

Ответ: 82.

Задание №7 решение и ответ:

Найдём производную функции $g(x)$:

$$g'(x) = -7 \cdot f'(x) + 21.$$

Найдём значение $f'(x_0)$. Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной.

$$f'(x_0) = k = -3.$$

Тогда искомое значение

$$g'(x_0) = -7 \cdot f'(x_0) + 21 = -7 \cdot (-3) + 21 = 42.$$

Ответ: 42.

Задание №8 решение и ответ:

Площади подобных тел относятся как квадрат коэффициента подобия. Поэтому если все ребра увеличить в три раза, площадь поверхности увеличится в 9 раз. Следовательно, она станет равна 54. Ответ: 54.

Задание №9 решение и ответ:

Используем формулу косинуса двойного угла $1 - 2\sin^2\alpha = \cos 2\alpha$:

$$\sqrt{3} - \sqrt{12}\sin^2\frac{5\pi}{12} = \sqrt{3}\left(1 - 2\sin^2\frac{5\pi}{12}\right) = \sqrt{3}\cos\frac{5\pi}{6} = \sqrt{3}\cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6} = -\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2}.$$

Ответ: −1,5.

Задание №10 решение и ответ:

Задача сводится к нахождению наибольшего решения неравенства $I \le 625$ при заданных значениях параметров m, M и R:

$$I \le 625 \Leftrightarrow \frac{(8+2)\cdot 10^2}{2} + 1\cdot(2\cdot 10\cdot h + h^2) \le 625 \Leftrightarrow h^2 + 20h - 125 \le 0.$$

Решая квадратное неравенство методом интервалов, получим $-25 \le h \le 5$. Наибольшее решение двойного неравенства — число 5.

Ответ: 5.

Задание №11 решение и ответ:

Скорость поезда равна 80 км/ч $= \frac{800}{36}$ м/с. За 36 секунд поезд проходит мимо придорожного столба расстояние, равное своей длине:

$$\frac{800}{36} \cdot 36 = 800 \text{ м}.$$

Ответ: 800.

Задание №12 решение и ответ:

Поскольку функция $y = \log_5 x$ возрастающая, она достигает наибольшего значения в той точке, в которой достигает наибольшего значения выражение, стоящее под знаком логарифма. Квадратный трехчлен $y = ax^2 + bx + c$ с отрицательным старшим коэффициентом достигает наибольшего значения в точке $x = -\frac{b}{2a}$, в нашем случае — в точке -1. Значение функции в этой точке $y = \log_5(4 - 2 \cdot (-1) - (-1)^2) + 3 = 4$.

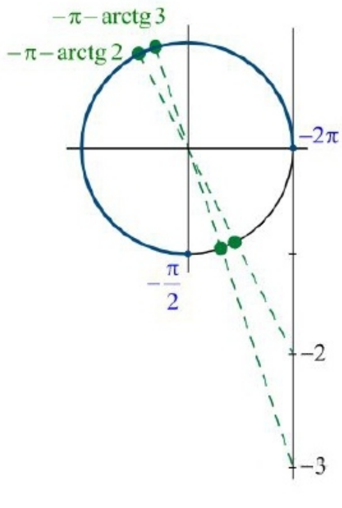
Ответ: 4.

Задание №13 решение и ответ:

а) Решим уравнение:

$$\operatorname{tg}^2 x + 5\operatorname{tg} x + 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \operatorname{tg} x = -2, \\ \operatorname{tg} x = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \operatorname{arctg}(-2) + \pi k, \\ x = \operatorname{arctg}(-3) + \pi k \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\operatorname{arctg} 2 + \pi k, \\ x = -\operatorname{arctg} 3 + \pi k, \end{array}\right. k \in \mathbb{Z}.$$



б) Среди представленных корней отберём те, которые принадлежат отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

Это числа $-\pi - \operatorname{arctg} 2$ и $-\pi - \operatorname{arctg} 3$.

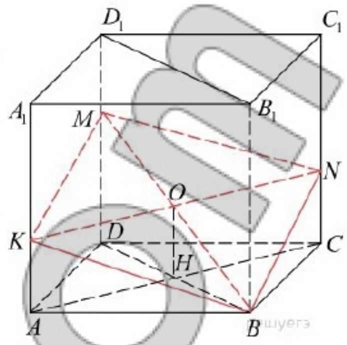
Ответ: а) $\{-\operatorname{arctg} 2 + \pi k, -\operatorname{arctg} 3 + \pi k : k \in \mathbb{Z}\}$; б) $-\pi - \operatorname{arctg} 2$, $-\pi - \operatorname{arctg} 3$.

Источник: Типовые тестовые задания по математике под редакцией И.В. Ященко, 2017. Задания С1., Типовые тестовые задания по математике, под редакцией И. В. Ященко 2017. Вариант 3. (Часть С).

Раздел кодификатора ФИПИ/Решу ЕГЭ: Тригонометрические уравнения, сводимые к целым относительно тангенса или котангенса

Задание №14 решение и ответ:

Пусть четырёхугольник $KBNM$ — сечение данной призмы плоскостью α (см. рисунок). Прямая AC параллельна плоскости α, а плоскость ACK пересекает плоскость α по прямой KN, следовательно, $KN \parallel AC$ и, значит, $AKNC$ — прямоугольник. Прямые BD и AC являются соответственно проекциями прямых BM и KN на плоскость ABC, значит, точка пересечения прямых BD и AC (точка H) является проекцией точки пересечения прямых BM и KN (точки O) на эту плоскость. Таким образом, $OH = AK = \frac{1}{3}AA_1$. С другой стороны, отрезок OH — средняя линия треугольника BDM и, следовательно, $DM = 2OH = \frac{2}{3}AA_1 = \frac{2}{3}DD_1$, откуда и следует доказываемое утверждение.



б) Так как $AC \perp BD$ и $AC \perp BB_1$, то $AC \perp (BDD_1)$. Но $KN \parallel AC$, значит, и $KN \perp (BDD_1)$. Следовательно, $KN \perp BM$, поскольку $BM \subset (BDD_1)$ и площадь сечения S равна $S = \frac{BM \cdot KN}{2}$. Имеем:

$$KN = AC = AB\sqrt{2} = 4\sqrt{2},$$

$$BM = \sqrt{BD^2 + DM^2} = \sqrt{32+16} = 4\sqrt{3},$$

$$S = \frac{4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{6}.$$

Ответ: б) $8\sqrt{6}$.

Задание №15 решение и ответ:

Пусть $a = 6x^2 - 5x + 1$, тогда неравенство принимает вид $\log_a 2 > \log_{\sqrt{a}} 2$. Тогда $\log_a 2 > 2\log_a 2$ или $\log_2 a < 0$. Решим систему неравенств:

$$\begin{cases} 6x^2 - 5x + 1 < 1, \\ 6x^2 - 5x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(6x-5) < 0, \\ (2x-1)(3x-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 < x < \frac{1}{3}, \\ \frac{1}{2} < x < \frac{5}{6}. \end{array} \right.$$

Таким образом, решением исходного неравенства является множество $\left(0; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; \frac{5}{6}\right)$.

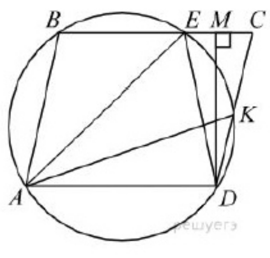
Ответ: $\left(0; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; \frac{5}{6}\right)$.

Задание №16 решение и ответ:

а) Заметим, что $\angle ABE = \angle ABC = \angle ADC = \angle ADK$ Значит, хорды окружности AE и AK стягивают равные дуги. Поэтому эти хорды равны.

б) Поскольку прямые BC и AD параллельны, $\angle EAD = \angle AEB$, поэтому $DE = AB = DC$.

Пусть DM — медиана равнобедренного треугольника CDE. Тогда:



$$CD = \frac{CM}{\cos\angle ECD} = \frac{CE}{2\cos\angle BAD} = 25,$$

$$CK = CD - DK = 16.$$

По свойству секущей $CK \cdot CD = CE \cdot CB$, откуда $AD = CB = \frac{CK \cdot CD}{CE} = 40$.

Ответ: б) 40.

Задание №17 решение и ответ:

Пусть банк начисляет r процентов, то есть умножает остаток долга на $x = 1 + \frac{r}{100}$. Тогда первые три платежа составляли $4,2x - 4,2$ миллионов рублей. Пусть, далее, четвертый и пятый платежи составляли N миллионов рублей. Тогда $N = (4,2x - N)x$, откуда $N = \frac{4,2x^2}{1+x}$. По условию, общие выплаты составили 6,1 млн руб., откуда имеем:

$$3(4,2x - 4,2) + 2 \cdot \frac{4,2x^2}{1+x} = 6,1 \Leftrightarrow 3(42x - 42) + \frac{84x^2}{1+x} = 61 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{84x^2}{1+x} = 187 - 126x \Leftrightarrow 84x^2 = (1+x)(187 - 126x) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 210x^2 - 61x - 187 = 0 \Leftrightarrow (10x - 11)(21x + 17) = 0 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} x = 1,1.$$

Тогда $r = 10$.

Ответ: 10.

Задание №18 решение и ответ:

Преобразуем исходное уравнение:

$$\frac{(x-2a)(x-a) + (x-1)(x+2) - (x+2)(x-a)}{(x+2)(x-a)} = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - (2a+1)x + (2a^2 + 2a - 2)}{(x+2)(x-a)} = 0.$$

Корнями этого уравнения являются корни уравнения

$$x^2 - (2a+1)x + (2a^2 + 2a - 2) = 0,$$

не совпадающие с числами a и -2.

Если $x = -2$ является корнем уравнения

$$x^2 - (2a+1)x + (2a^2 + 2a - 2) = 0,$$

то $4 + 2(2a+1) + (2a^2 + 2a - 2) = 0 \Leftrightarrow a^2 + 3a + 2 = 0$, откуда $a = -2$ или $a = -1$.

Если $x = a$ является корнем уравнения

$$x^2 - (2a+1)x + (2a^2 + 2a - 2) = 0,$$

то $a^2 - (2a+1)a + (2a^2 + 2a - 2) = 0 \Leftrightarrow a^2 + a - 2 = 0$, откуда $a = -2$ или $a = 1$.

Имеем:

— при $a = -2$ исходное уравнение имеет единственный корень $x = -1$,

— при $a = -1$ исходное уравнение имеет единственный корень $x = 1$,

— при $a = 1$ исходное уравнение имеет единственный корень $x = 2$.

Кроме этого, уравнение имеет единственный корень, не равный a и -2, если его дискриминант равен 0.

$$D = 0 \Leftrightarrow 4a^2 + 4a + 1 - 8a^2 - 8a + 8 = 0 \Leftrightarrow 9 - 4a - 4a^2 = 0 \Leftrightarrow -4\left(a + \frac{1+\sqrt{10}}{2}\right)\left(a + \frac{1-\sqrt{10}}{2}\right) = 0.$$

Значит, уравнение $x^2 - (2a+1)x + (2a^2 + 2a - 2) = 0$

— имеет ровно два различных корня при $\frac{-1-\sqrt{10}}{2} < a < \frac{-1+\sqrt{10}}{2}$,

— имеет ровно один корень при $a = \frac{-1-\sqrt{10}}{2}$ или $a = \frac{-1+\sqrt{10}}{2}$,

— не имеет корней при $a < \frac{-1-\sqrt{10}}{2}$ или $a > \frac{-1+\sqrt{10}}{2}$.

Таким образом, исходное уравнение имеет ровно один корень при:

$$a = \frac{-1-\sqrt{10}}{2},\ a = -2,\ a = -1,\ a = 1,\ a = \frac{-1+\sqrt{10}}{2}.$$

Ответ: $a = \frac{-1-\sqrt{10}}{2}$, $a = -2$, $a = -1$, $a = 1$, $a = \frac{-1+\sqrt{10}}{2}$.

Задание №19 решение и ответ:

Пусть Вася в первый день решил a задач, а Петя — b задач. Вася решал задачи n дней, а Петя — m дней. Воспользуемся формулой суммы арифметической прогрессии. Получим, что за n дней Вася решил $S_n = \frac{a+a+n-1}{2} \cdot n$ задач, а Петя за m дней решил $S_m = \frac{b+b+2(m-1)}{2} \cdot m$ задач.

а) Проверим, могли ли мальчики решить 85 задач.

Для Васи: $\frac{a+a+n-1}{2} \cdot n = 85 \Leftrightarrow (2a+n-1) \cdot n = 85 \cdot 2 \Leftrightarrow (2a+n-1) \cdot n = 17 \cdot 5 \cdot 2$. Очевидно, что это уравнение имеет решения в натуральных числах. Например, $n = 2$; $a = 42$.

Для Пети: $\frac{b+b+2(m-1)}{2} \cdot m = 85 \Leftrightarrow (b+m-1) \cdot m = 17 \cdot 5$. Очевидно, что и это уравнение имеет решения в натуральных числах. Например, $m = 5$; $b = 13$.

Значит, в сборнике могло быть 85 задач.

б) Проверим, могло ли в сборнике быть 213 задач, если каждый из мальчиков решал их более трех дней.

Для Пети: $(b+m-1) \cdot m = 213 \Leftrightarrow (b+m-1) \cdot m = 71 \cdot 3$. Тогда m — один из делителей числа 213. Заметим, что 71 — простое число, и по условию $m > 3$. Тогда или $m = 71$, или $m = 213$. При любом из этих значений получаем $b < 0$. Значит, в сборнике не могло быть 213 задач.

в) Если в сборнике меньше 300 задач, то для числа дней, потраченных Петей, имеем: $300 > (b+m-1) \cdot m \geq (1+m-1) \cdot m = m^2$. Следовательно, $m \leq 17$.

При $m = 17$ получаем $(b+16) \cdot 17 < 300 < 18 \cdot 17$, тогда $b = 1$; $S = 289$. Проверим, мог ли Вася за 16 дней решить 289 задач: $\frac{2a+16-1}{2} \cdot 16 = 289 \Leftrightarrow (2a+15) \cdot 8 = 289$. Левая часть уравнения кратна 8, а правая нет, значит, m не может равняться 17.

Рассмотрим $m = 16$. Имеем $(b+15) \cdot 16 = (2a+15) \cdot 8 \Leftrightarrow (b+15) \cdot 2 = 2a+15$. Левая часть уравнения кратна 2, а правая нет. Значит, m не может равняться 16.

Рассмотрим $m = 15$. Имеем $(b+14) \cdot 15 = (2a+15) \cdot 8$. Левая часть уравнения кратна 15, правая может быть кратна 15 при $a \geq 15$, но тогда $S \geq 360$. Значит, m не может равняться 15.

Рассмотрим $m = 14$. Имеем $(b+13) \cdot 14 = (2a+15) \cdot 8 \Leftrightarrow \frac{b+13}{4} = \frac{2a+15}{7}$. Это уравнение имеет решение $b = 7$; $a = 10$. При этом $S = (7+13) \cdot 14 = (2 \cdot 10 + 15) \cdot 8 = 280 < 300$. Таким образом, все условия задачи выполнены.

Ответ: а) да, б) нет, в) 14.