Ответы для варианта 29527686

Задание №1 решение и ответ:

Налог на зарплату Ивана Кузьмича составит 12 500 · 0,13 = 1625 рублей. Значит, после вычета налога на доходы он получит: 12 500 − 1625 = 10 875 рублей. Ответ: 10 875.

Задание №2 решение и ответ:

Ответ: 9

Задание №3 решение и ответ:

Ответ: 4

Задание №4 решение и ответ:

На первом рейсе 6 мест, всего мест 30. Тогда вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолёта, равна:

$$\frac{6}{30}=\frac{1}{5}=0,2.$$

Ответ: 0,2.

Задание №5 решение и ответ:

Перейдем к одному основанию степени:

$$9^{-5+x}=729 \Leftrightarrow 9^{-5+x}=9^3 \Leftrightarrow -5+x=3 \Leftrightarrow x=8.$$

Ответ: 8.

Задание №6 решение и ответ:

Тупой угол ромба равен 180° − 60° = 120°. Воспользуемся теоремой косинусов:

$$AC=\sqrt{AD^2+DC^2-2AD\cdot DC\cdot\cos D}=\sqrt{2AD^2(1-\cos 120^\circ)}=\sqrt{6(1+0,5)}=3.$$

Ответ: 3.

Задание №7 решение и ответ:

Отрицательным значениям производной соответствуют интервалы, на которых функция $f(x)$ убывает. В этих интервалах лежат точки $x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_{11}, x_{12}$. Таких точек 7.

Ответ: 7.

Задание №8 решение и ответ:

Поверхности креста составлена из шести поверхностей кубов, у каждого из которых отсутствует одна грань. Тем самым, поверхность креста состоит из 30 единичных квадратов, поэтому ее площадь равна 30.
Ответ: 30.

Задание №9 решение и ответ:

Выполним преобразования:

$$36^{\log_6 5} = \left(6^{\log_6 5}\right)^2 = 25.$$

Ответ: 25.

Задание №10 решение и ответ:

Задача сводится к нахождению наибольшего решения неравенства $\varphi \le 1200$ при заданных значениях параметров ω и β:

$$\varphi \le 1200 \Leftrightarrow 2t^2 + 20t \le 1200 \Leftrightarrow t^2 + 10t - 600 \le 0 \Leftrightarrow -30 \le t \le 20 \text{ мин.}$$

Учитывая то, что время — неотрицательная величина, получаем $t \le 20$. Угол намотки достигнет значения 1200° при $t = 20$ мин.

Ответ: 20.

Задание №11 решение и ответ:

Пусть u км/ч — собственная скорость моторной лодки, тогда скорость лодки по течению равна $u+1$ км/ч, а скорость лодки против течения равна $u-1$ км/ч. На весь путь лодка затратила $8-2,5=5,5$ (часов), отсюда имеем:

$$\frac{30}{u-1}+\frac{30}{u+1}=5,5 \Leftrightarrow \frac{60u}{u^2-1}=5,5 \Leftrightarrow 11u^2-120u-11=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=\dfrac{120+\sqrt{120^2+4\cdot 11^2}}{22}=11; \\ u=\dfrac{120-\sqrt{120^2+4\cdot 11^2}}{22}=-\dfrac{1}{11} \end{array}\right. \underset{u>0}{\Leftrightarrow} u=11.$$

Таким образом, собственная скорость лодки равна 11 км/ч.

Ответ: 11.

Задание №12 решение и ответ:

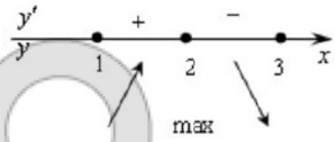
Найдем производную заданной функции:

$$y' = ((x-2)^2)'(x-4) + (x-2)^2(x-4)' + (5)' = 2(x-2)(x-4) + (x-2)^2 = (x-2)(3x-10).$$

Найдем нули производной на заданном отрезке:

$$\begin{cases} (x-2)(3x-10) = 0, \\ 1 \le x \le 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 2, \\ x = 3\frac{1}{3}, \end{array}\right. \\ 1 \le x \le 3 \end{cases} \Leftrightarrow \ x = 2.$$

Определим знаки производной функции на заданном отрезке и изобразим на рисунке поведение функции:



В точке $x = 2$ заданная функция имеет максимум, являющийся ее наибольшим значением на заданном отрезке. Найдем это наибольшее значение:

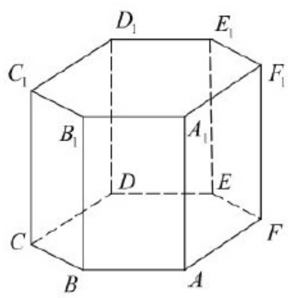
$$y(2) = (2-2)^2(2-4) + 5 = 5.$$

Ответ: 5.

Задание №13 решение и ответ:

Задание №14 решение и ответ:

а) Поскольку $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ — правильная шестиугольная призма, то $ABCDEF$ — правильный шестиугольник. Тогда $\angle CBA = 120°$. По теореме косинусов имеем $CA^2 = 2 \cdot 25 + 2 \cdot 25 \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow CA = 5\sqrt{3}$.



Заметим, что $A_1A \perp (ABC)$, следовательно, $AA_1 \perp CA$. По теореме Пифагора $CA_1 = 14$.

Поскольку $ABCDEF$ — правильный шестиугольник, $DA = 2AB = 10$. Тогда $DA_1 = \sqrt{221}$. По теореме, обратной теореме Пифагора, треугольник CA_1D — прямоугольный. Тогда $CD \perp CA_1$. Поскольку $C_1D_1 || CD$, имеем $C_1D_1 \perp CA_1$.

б) Поскольку $ABCDEF$ — правильный шестиугольник, $AC \perp CD$, поэтому A_1CA — угол между искомым сечением и плоскостью $ABCDEF$. Так как $A_1A \perp CA$, $\cos A_1CA = \frac{5\sqrt{3}}{14}$.

Площадь шестиугольника равна $S_{ABCDEF} = \frac{25\sqrt{3}}{4} \cdot 6 = \frac{75\sqrt{3}}{2}$. Тогда площадь искомого сечения равна 105.

Ответ: б) 105.

Задание №15 решение и ответ:

Пусть $t = \log_4 x$, решим рациональное неравенство:

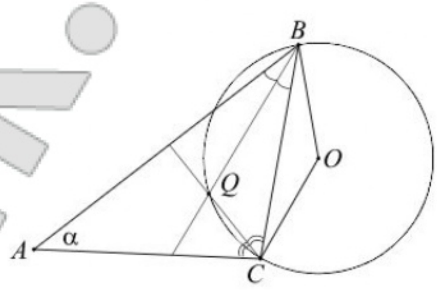
$$\frac{t+3}{t-3} + \frac{t-3}{t+3} \geq \frac{4t+16}{t^2-9} \Leftrightarrow \frac{t^2+6t+9}{(t-3)(t+3)} + \frac{t^2-6t+9}{(t-3)(t+3)} - \frac{4t+16}{(t-3)(t+3)} \geq 0$$

$$\frac{2t^2-4t+2}{(t-3)(t+3)} \Leftrightarrow \frac{2(t-1)^2}{(t-3)(t+3)} \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t < -3, \\ t = 1, \\ t > 3. \end{array}\right.$$

Вернёмся к исходной переменной, получим: $0 < x < \frac{1}{64}$, $x = 4$, $x > 64$.

Ответ: $\left(0; \frac{1}{64}\right) \cup \{4\} \cup (64; +\infty)$.

Задание №16 решение и ответ:



а) Пусть точка Q — центр окружности, вписанной в треугольник ABC (см.рисунок).

Тогда $\angle ACQ = \angle BCQ$ и $\angle ABQ = \angle CBQ$.

Получаем, что $\angle BCQ + \angle CBQ = \dfrac{\angle ACB + \angle ABC}{2} = \dfrac{\pi - \alpha}{2}$. Углы BCQ и CBQ вписаны в окружность $O(R)$, поэтому $\overset{\frown}{BQC} = \overset{\frown}{CQ} + \overset{\frown}{BQ} = \pi - \alpha$. Значит, $\angle BOC = \pi - \alpha$ и $\angle BAC + \angle COB = \pi$. Следовательно, около четырёхугольника $ABOC$ можно описать окружность, что и требовалось доказать.

б) В четырёхугольник $ABOC$ можно вписать окружность, следовательно, $AC + OB = AB + OC$, откуда $AC = AB$. Таким образом, ΔABC — правильный треугольник со стороной $BC = OB\sqrt{3} = R\sqrt{3}$.

Далее имеем:

$$S_{ABOC} = S_{ABC} + S_{BOC} = \frac{(R\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4} + \frac{R^2\sqrt{3}}{4} = R^2\sqrt{3},\ p_{ABOC} = R(\sqrt{3}+1),\ r = \frac{S}{p} = \frac{R^2\sqrt{3}}{R(\sqrt{3}+1)} = \frac{R(3-\sqrt{3})}{2}.$$

Учитывая, что $R = 6$, окончательно получаем $r = 3(3-\sqrt{3})$.

Ответ: $3(3-\sqrt{3})$.

Задание №17 решение и ответ:

Поскольку $P = 15000 - Q$, прибыль фирмы составляет

$$(15000 - Q)Q - 3000Q - 1000000 - tQ = (12000 - t)Q - Q^2 - 1000000 \text{ (рублей)}.$$

Эта величина является квадратичной функцией от Q, а её максимум достигается при $Q = 6000 - \frac{t}{2}$. Значит, общая сумма налогов, собранных государством, будет равна $6000t - \frac{t^2}{2}$ рублей. Эта величина является квадратичной функцией от t, а её максимум достигается при $t = 6000$.

Ответ: 6000.

Задание №18 решение и ответ:

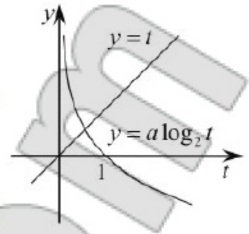
Пусть $|x-2|=t$, тогда уравнение принимает вид

$$t = a\log_2 t,\ (*)$$

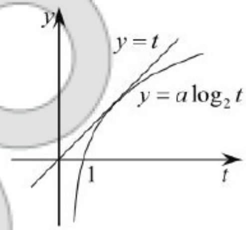
где $t>0$. Чтобы исходное уравнение имело ровно два решения, уравнение $(*)$ должно иметь единственное решение.

Если $a=0$, то уравнение не имеет решений.

Если $a<0$, то уравнение имеет единственное решение (см. рис.).



Если $a>0$ уравнение имеет единственное решение тогда и только тогда, когда прямая $y=t$ касается графика функции $y=a\log_2 t$ (см. рис.), что задаётся системой соотношений:



$$\begin{cases} t' = (a\log_2 t)', \\ t = \log_2 t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = \dfrac{a}{t\ln 2}, \\ t = a\log_2 t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \dfrac{a}{\ln 2}, \\ t = \dfrac{a\ln t}{\ln 2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = t\ln 2, \\ \ln t = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = e\ln 2, \\ t = e. \end{cases}$$

Заметим, что найденное значение параметра, действительно, положительно.

Ответ: $a<0$, $a=e\ln 2$.

Задание №19 решение и ответ:

а) Посчитаем суммарное расстояние от всех сорок до самой левой елки. Очевидно, оно равно 10 + 20 + 30 + 40 + 50 = 150 м и не меняется после каждого перемещения сорок.

Если все сороки окажутся на одной елке, то расстояние от этой елки до самой левой равно 150:6 = 25 м, но ясно, что на этом расстоянии никакой елки не растет.

б) Занумеруем елки последовательно. Тогда пусть сороки с 1-ой и 7-ой елок летят на 4-ую. Аналогично, сороки со 2-й и 6-й елок летят на 4-ую. Аналогично, сороки с 3-й и 5-й елок летят на 4-ую. Таким образом, все сороки собрались на четвертой елке.

в) Занумеруем елки по кругу (от 1 до 6). Поставим в соответствие каждой сороке номер елки, на которой она сидит. Ясно, что после каждого перелета сорок четность суммы номеров елок, на которых они сидят, не меняется. А изначально это сумма равна 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21. Значит, она останется нечетной. Если же все сороки соберутся на одной елке, то сумма их номеров должна делиться на 6, то есть быть четной. Противоречие.

Ответ: а) Нет; б) Да; в) Нет.