Ответы для варианта 29527679

Задание №1 решение и ответ:

В день отправления поезд едет 24:00 − 15:20 = 8 час. 40 мин., а на следующий день до момента прибытия он едет 4 час. 20 мин. Всего в пути поезд проведет 8:40 + 4:20 = 13 часов. Ответ: 13.

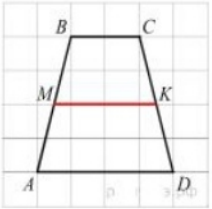
Задание №2 решение и ответ:

Из диаграммы видно, что было 2 месяца, когда среднемесячная температура превышала 20 градусов Цельсия (см. рисунок). Ответ: 2.

Задание №3 решение и ответ:

Средняя линия трапеции равна полусумме её оснований.

$$MK = \frac{AD + BC}{2} = \frac{4+2}{2} = 3.$$



Ответ: 3.

Задание №4 решение и ответ:

Андрей выучил 60 – 3 = 57 вопросов. Поэтому вероятность того, что на экзамене ему попадется выученный вопрос равна

$$\frac{57}{60} = \frac{19}{20} = 0,95.$$

Ответ: 0,95.

Задание №5 решение и ответ:

На ОДЗ перейдем к уравнению на основание логарифма:

$$\log_x 32 = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x^5 = 32, \\ x > 0, \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x > 0, \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Итак, на ОДЗ уравнение имеет только один корень.

Ответ: 2.

Задание №6 решение и ответ:

Угол между высотами равен углу между сторонами, к которым они проведены: $AOF = \angle B = 82^\circ$.

Ответ: 82.

Задание №7 решение и ответ:

Найдём значение $f'(x_0)$. Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной.

$$f'(x_0) = k = -\frac{1}{4}.$$

Тогда искомое значение

$$g(x_0) = f'(x_0) - f(x_0) + 3 = -\frac{1}{4} - 2 + 3 = 0,75.$$

Ответ: 0,75.

Задание №8 решение и ответ:

Площадь поверхности заданного многогранника равна площади поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 3, 5, 5:

$$2 \cdot 5 \cdot 5 + 2 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 \cdot 5 = 110.$$

Ответ: 110.

Задание №9 решение и ответ:

Поскольку угол альфа лежит в третьей четверти, его тангенс положителен. Поэтому

$$\operatorname{ctg}\alpha = \sqrt{\frac{1}{\sin^2\alpha} - 1} = \sqrt{\frac{26}{25} - 1} = \frac{1}{5}.$$

Тогда

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha} = 5.$$

Ответ: 5.

Задание №10 решение и ответ:

Задача сводится к решению неравенства $u \geq 0,25$ на интервале $(0^\circ;\ 90^\circ)$ при заданных значениях массы скейтбордиста $m = 80$ кг и массы платформы $M = 400$ кг:

$$u \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{m}{m+M} v \cos\alpha \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{80}{80+400} \cdot 3 \cdot \cos\alpha \geq 0,25 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cos\alpha \geq \frac{1}{4} \underset{0^\circ<\alpha<90^\circ}{\Leftrightarrow} 0^\circ < \alpha \leq 60^\circ.$$

Ответ: 60.

Задание №11 решение и ответ:

Обозначим N — число вопросов теста. Тогда время, необходимое Пете, равно $(N/8)$ часа, а время, необходимое Ване, равно $(N/9)$ часа. Петя закончил отвечать на тест через $1/3$ часа после Вани. Поэтому:

$$\frac{N}{8} - \frac{N}{9} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{N}{72} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow N = \frac{72}{3} \Leftrightarrow N = 24.$$

Ответ: 24.

Задание №12 решение и ответ:

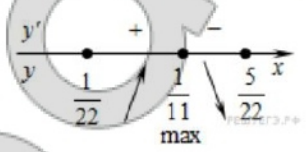
Найдем производную заданной функции:

$$y' = \frac{1}{11x} \cdot 11 - 11 = \frac{1}{x} - 11.$$

Найдем нули производной на заданном отрезке:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} - 11 = 0, \\ \frac{1}{22} \leq x \leq \frac{5}{22} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{11}, \\ \frac{1}{22} \leq x \leq \frac{5}{22} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{11}.$$

Определим знаки производной функции на заданном отрезке и изобразим на рисунке поведение функции:



В точке $x = \frac{1}{11}$ заданная функция имеет максимум, являющийся ее наибольшим значением на заданном отрезке. Найдем это наибольшее значение:

$$y\left(\frac{1}{11}\right) = \ln 1 - \frac{1}{11} \cdot 11 + 9 = 8.$$

Ответ: 8.

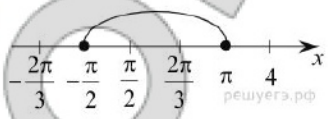
Задание №13 решение и ответ:

а) Имеем:

$$2x\cos x-8\cos x+x-4=0 \Leftrightarrow 2\cos x(x-4)+x-4=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=-\dfrac{1}{2},\\ x-4=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z},\\ x=4.\end{array}\right.$$

б) При помощи числовой оси отберем корни, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{\pi}{2};\ \pi\right]$, получим число $\dfrac{2\pi}{3}$.

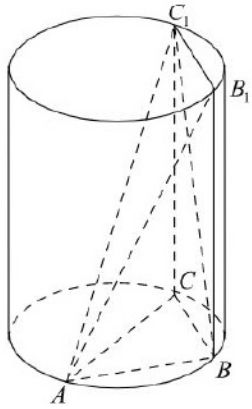


Ответ: а) $\{4\}\cup\left\{\dfrac{2\pi}{3}+2\pi k,\ -\dfrac{2\pi}{3}+2\pi k:\ k\in\mathbb{Z}\right\}$; б) $\dfrac{2\pi}{3}$.

Задание №14 решение и ответ:

а) Пусть BB_1 — образующая цилиндра. Тогда BB_1C_1C — прямоугольник, поэтому угол между прямыми AC_1 и BC равен углу AC_1B_1.

Угол ABC опирается на диаметр основания цилиндра, поэтому он прямой. Значит, прямая B_1C_1, параллельная прямой BC, перпендикулярна прямым AB и BB_1. Таким образом, прямая B_1C_1 перпендикулярна плоскости ABB_1, а значит, угол AB_1C_1 прямой.



В прямоугольном треугольнике AB_1C_1:

$$B_1C_1=BC=AB\sqrt{3}=\sqrt{6},\ AB_1=\sqrt{AB^2+BB_1^2}=\sqrt{AB^2+CC_1^2}=\sqrt{6}.$$

Значит, $\angle AC_1B_1=45^\circ$.

б) Отрезок AC является диаметром основания цилиндра. Значит, площадь основания цилиндра равна

$$\frac{\pi\cdot AC^2}{4}=\pi\cdot AB^2=2\pi.$$

Следовательно, объём цилиндра равен

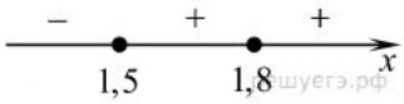
$$2\pi\cdot BB_1=4\pi.$$

Ответ: б) 4π.

Задание №15 решение и ответ:

Используя метод интервалов, получаем:

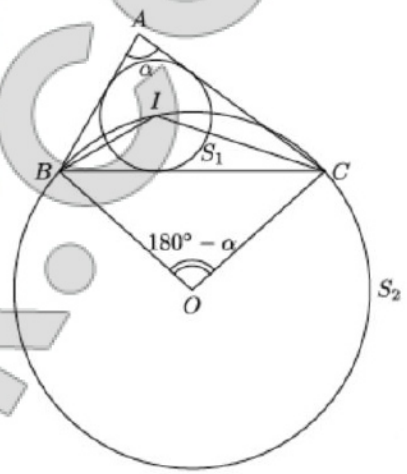
$$(x-1,8)^2(x-1,5)\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1,8,\\ x\le 1,5.\end{array}\right.$$



Ответ: $(-\infty;\ 1,5]\cup\{1,8\}$.

Задание №16 решение и ответ:

а) Обозначим $\angle BAC = \alpha$. Поскольку I — точка пересечения биссектрис треугольника ABC, получаем, что $\angle BIC = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$. Дуга BC окружности S_2, не содержащая точки I, вдвое больше вписанного в эту окружность угла BIC, т. е. равна $180^\circ+\alpha$. Значит, дуга BIC окружности S_2 равна $360^\circ - (180^\circ + \alpha) = 180^\circ - \alpha$. Сумма углов при вершинах A и O четырехугольника $ABOC$ равна 180°, значит, этот четырехугольник вписанный. Следовательно, точка O лежит на окружности, описанной около треугольника ABC.



б) Пусть r и R — радиусы описанной окружности треугольника ABC и окружности S_2 соответственно. По теореме синусов:

$$r = \frac{BC}{2\sin\alpha},\ R = \frac{BC}{2\sin\left(90^\circ + \frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{BC}{2\cos\frac{\alpha}{2}}.$$

Значит,

$$\frac{3}{5} = \frac{r}{R} = \frac{\frac{BC}{2\sin\alpha}}{\frac{BC}{2\cos\frac{\alpha}{2}}} = \frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{\sin\alpha} = \frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{2\sin\frac{\alpha}{2}},$$

откуда $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{5}{6}$. Следовательно, $\cos\alpha = 1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2} = 1 - 2\cdot\frac{25}{36} = -\frac{7}{18}$.

Ответ: $-\frac{7}{18}$.

Задание №17 решение и ответ:

Пусть первый брокер купил x акций, а второй — y акций. Тогда первый продал $0,75x$ акций, второй — $0,8y$ акций.

То, что сумма от продажи акций, полученных вторым брокером, на 140% превысила сумму, полученную первым брокером, означает: сумма, полученная вторым брокером, больше суммы, полученной первым, в 2,4 раза:

$$\frac{100+140}{100}=2,4.$$

Так как цена одной акции у обоих брокеров одинакова, а полученные суммы прямо пропорциональны количеству акций, проданных каждым брокером, то

$$\frac{0,8y}{0,75x}=2,4 \Leftrightarrow \frac{y}{x}=\frac{2,4\cdot 0,75}{0,8}=\frac{1,8}{0,8}=\frac{9}{4}.$$

Если k — коэффициент пропорциональности количества акций, купленных брокерами, то ими приобретено $13k$ акций на сумму 3640 р. Следовательно, на тот момент цена каждой акции составляла:

$$\frac{3640}{13k}=\frac{280}{k}\text{ р.}$$

Первый брокер продал $0,75\cdot 4k=3k$ акций, второй $0,8\cdot 9k=7,2k$ акций. Всего было продано $10,2k$ акций. К моменту продажи цена одной акции стала

$$\frac{3927}{3k+7,2k}=\frac{3927}{10,2k}=\frac{385}{k}\text{(р), т.е. на } \frac{385-280}{k}=\frac{105}{k}\text{ (р) выше.}$$

Значит, цена одной акции возросла на 37,5%

$$\left(\frac{105}{k}:\frac{280}{k}\cdot 100=37,5\right).$$

Задание №18 решение и ответ:

Рассмотрим функцию $f(t)=|t+1|+|t-1|$. Её минимальное значение равно 2 и достигается при $-1\le t\le 1$. Исходное уравнение принимает вид

$$f\left(x+\frac{a^2}{x}\right)=2.$$

Таким образом, исходное уравнение имеет хотя бы один корень тогда и только тогда, когда двойное неравенство

$$-1\le x+\frac{a^2}{x}\le 1$$

имеет решения.

Заметим, что множество значений выражения $x+\frac{a^2}{x}$ это $(-\infty;\ -2|a|];\ [2|a|;\ +\infty)$ при $a\ne 0$ и $(-\infty;\ 0);\ (0;\ +\infty)$ при $a=0$.

Таким образом, исходное уравнение имеет хотя бы один корень при $-\frac{1}{2}\le a\le\frac{1}{2}$.

Ответ: $-\frac{1}{2}\le a\le\frac{1}{2}$.

Задание №19 решение и ответ:

Без ограничения общности можно считать прогрессию возрастающей. Обозначим a — первый член прогрессии, n — количество членов, а d — её разность. Числа a, n, и d — натуральные.

а) Сумма первого и пятого членов этой прогрессии равна $2a+4d$ и является чётным числом. Поскольку число 99 нечётное, сумма наибольшего и наименьшего членов конечной арифметической прогрессии из 5 натуральных чисел не может быть равной 99.

б) Сумма первого и шестого членов этой прогрессии равна $2a+5d=9$. Поскольку d — натуральное число, получаем d — натуральное число, получаем $d=1$. Тогда $a=2$. Искомые числа: 2, 3, 4, 5, 6, 7.

в) Среднее арифметическое прогрессии равно полусумме её крайних членов, поэтому получаем $2a+(n-1)d=13$. Значит, $(n-1)d\le 11$; $n-1\le 11$; $n\le 12$. Натуральны числа от 1 до 12 составляют прогрессию, среднее арифметическое членов которой равно 6,5, а количество членов равно 12. Поэтому наибольшее возможное количество чисел — это 12.

Ответ: а) нет; б) 2, 3, 4, 5, 6, 7; в)12.