# Ответы для варианта 29527687

## Задание №1 решение и ответ:

Разделим 50 на 6:

$$\frac{50}{6}=\frac{25}{3}=8\frac{1}{3}.$$

Значит, Петя живет на девятом этаже.

Ответ: 9.

## Задание №2 решение и ответ:

Из графика видно, что 13 июля наибольшая температура составляла 25 °C, а наименьшая 7 °C. Их разность составляет 18 °C. Ответ: 18.

## Задание №3 решение и ответ:

Площадь четырёхугольника равна разности площади большого квадрата, двух маленьких квадратов и четырёх прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного треугольника. Поэтому

$$S=3\cdot3-\frac{1}{2}\cdot1\cdot2-\frac{1}{2}\cdot1\cdot2-\frac{1}{2}\cdot1\cdot2-\frac{1}{2}\cdot1\cdot2-1\cdot1-1\cdot1=3\ \text{см}^2.$$

Ответ: 3.

## Задание №4 решение и ответ:

Вероятность того, что к заказчице приедет зеленое такси равна

$$\frac{8}{20}=\frac{4}{10}=0,4.$$

Ответ: 0,4.

## Задание №5 решение и ответ:

Последовательно получаем:

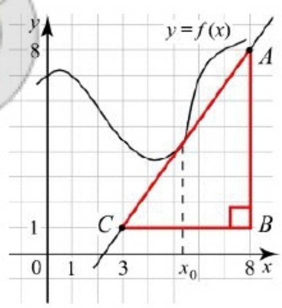
$$\frac{1}{9x-7}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow 9x-7=2\Leftrightarrow 9x=9\Leftrightarrow x=1.$$

Ответ: 1.

## Задание №6 решение и ответ:

## Задание №7 решение и ответ:

Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который в свою очередь равен тангенсу угла наклона данной касательной к оси абсцисс. Построим треугольник с вершинами в точках $A(8;\,8)$, $B(8;\,1)$, $C(3;\,1)$. Угол наклона касательной к оси абсцисс будет равен углу $ACB$:




$$y'(x_0)=\mathrm{tg}\,\angle ACB=\frac{AB}{BC}=\frac{7}{5}=1,4$$

Ответ: 1,4.

## Задание №8 решение и ответ:

Объем призмы $V=Sh=SL\sin\alpha$, где $S$ – площадь основания, а $L$ – длина ребра, составляющего с основанием угол $\alpha$. Площадь правильного шестиугольника со стороной $a$ равна

$$S=\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2.$$

Тогда объем призмы

$$V=\frac{3\sqrt{3}}{2}\cdot 2^2\cdot 2\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}=18.$$

Ответ: 18.

## Задание №9 решение и ответ:

Выполним преобразования:

$$\log_{0,3}10-\log_{0,3}3=\log_{0,3}\frac{10}{3}=-\log_{0,3}\frac{3}{10}=-\log_{0,3}0,3=-1.$$

Ответ: −1.

## Задание №10 решение и ответ:

Задача сводится к решению неравенства $NIBl^2 \sin\alpha \geq 0,75$ на интервале $(0°;\ 90°)$ при заданных значениях силы тока в рамке $I = 2$ А, размера рамки $l = 0,5$ м, числа витков провода $N = 1000$ и индукции магнитного поля $B = 3 \cdot 10^{-3}$ Тл:

$$1000 \cdot 2 \cdot 0,5^2 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \sin\alpha \geq 0,75 \Leftrightarrow \sin\alpha \geq 0,5 \underset{0° < \alpha < 90°}{\Leftrightarrow} 30° \leq \alpha < 90°.$$

Ответ: 30.

# Задание №11 решение и ответ:

Обозначим $n$ – число деталей, которые изготавливает за час первый рабочий, тогда второй рабочий за час изготавливает $n-3$ деталей, $n > 3$. На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей, отсюда имеем:

$$\frac{475}{n} + 6 = \frac{550}{n-3} \underset{n>3}{\Leftrightarrow} \frac{475+6n}{n} = \frac{550}{n-3} \underset{n>3}{\Leftrightarrow} 475n - 3 \cdot 475 + 6n^2 - 18n = 550n \underset{n>3}{\Leftrightarrow}$$

$$\underset{n>3}{\Leftrightarrow} 6n^2 - 93n - 3 \cdot 475 = 0 \underset{n>3}{\Leftrightarrow} 2n^2 - 31n - 475 = 0 \underset{n>3}{\Leftrightarrow}$$

$$\underset{n>3}{\Leftrightarrow} \left[\begin{array}{l} n = \dfrac{31 + \sqrt{31^2 + 4 \cdot 2 \cdot 475}}{4} = 25; \\ n = \dfrac{31 - \sqrt{31^2 + 4 \cdot 2 \cdot 475}}{4} = -9.5 \end{array}\right. \underset{n>3}{\Leftrightarrow} n = 25.$$

Таким образом, первый рабочий делает 25 деталей в час

Ответ: 25.

# Задание №12 решение и ответ:

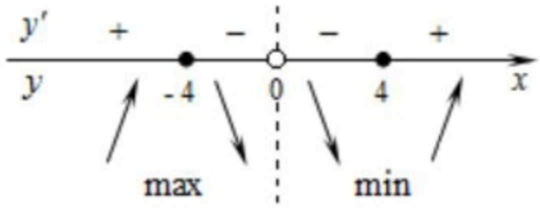
Область определения функции: $x \neq 0$.
Найдем производную заданной функции:

$$y' = 1 - \frac{16}{x^2}.$$

Найдем нули производной:

$$1 - \frac{16}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4, \\ x = -4. \end{array}\right.$$

Определим знаки производной функции и изобразим на рисунке поведение функции:




Искомая точка максимума $x = -4$.

Ответ: $-4$.

## Задание №13 решение и ответ:

По формулам приведения cos(Pi/2 - x) = sin x; tg x = sin x / cos x

2sin x = sin x / cos x

2sin x - sin x / cos x = 0

sin x*(2 - 1/cos x) = 0

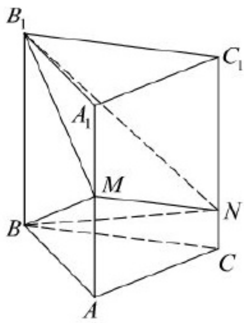
1) sin x = 0; x = pi*k; на промежутке [-2pi; -pi/2] корни x1 = -2pi; x2 = -pi

2) 2 = 1/cos x

cos x = 1/2; x = +-pi/3 + 2pi*k

На промежутке [-2pi; -pi/2] корень x3 = -2pi+pi/3 = -5pi/3

## Задание №14 решение и ответ:




Площадь основания призмы равна $9\sqrt{3}$, а объём призмы равен $54\sqrt{3}$.

В четырёхугольной пирамиде $B_1A_1C_1NM$ высота совпадает с высотой основания призмы $A_1B_1C_1$, опущенной на сторону $A_1C_1$, и равна $3\sqrt{3}$. Основание $A_1C_1NM$ пирамиды $B_1A_1C_1NM$ является трапецией, площадь которой равна 27. Значит, объём пирамиды $B_1A_1C_1NM$ равен $27\sqrt{3}$, то есть составляет половину объёма призмы. Поэтому объёмы многогранников $B_1A_1C_1NM$ и $ABCMB_1N$ равны.

б) В четырёхугольной пирамиде $BACNM$ высота совпадает с высотой основания призмы $ABC$, опущенной на сторону $AC$, и равна $3\sqrt{3}$. Основание пирамиды $BACNM$ является трапецией, площадь которой равна 9. Объём пирамиды $BACNM$ равен $9\sqrt{3}$.

Многогранник $ABCMB_1N$ состоит из двух частей: $BACNM$ и $MNBB_1$. Значит, объём тетраэдра $MNBB_1$ равен $18\sqrt{3}$.

Ответ: $18\sqrt{3}$.

## Задание №15 решение и ответ:

Основание логарифма равно 1 при $x = 4$, и больше 1 при прочих значениях переменной. Поэтому:

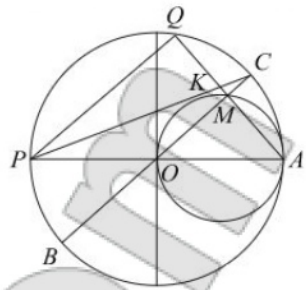
$$\log_{(x-4)^2+1}(3x^2+5) \le \log_{(x-4)^2+1}(2x^2+7x+5) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ne 4, \\ 0 < 3x^2+5 \le 2x^2+7x+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ne 4, \\ x(x-7) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 \le x < 4, \\ 4 < x \le 7. \end{array}\right.$$

Ответ: $[0;4) \cup (4;7]$.

## Задание №16 решение и ответ:

а) Угол $AQP$ опирается на диаметр $AP$ большей окружности, поэтому он прямой. Угол $AMO$ опирается на диаметр $AO$ меньшей окружности, поэтому он прямой. Таким образом, прямые $PQ$ и $BC$ перпендикулярны прямой $AQ$, значит, они параллельны.




б) Углы $AOC$ и $APQ$ равны, поскольку прямые $PQ$ и $BC$ параллельны. Диаметр $BC$ большей окружности перпендикулярен хорде $AQ$. Значит, точка $C$ — середина дуги $AQ$. Следовательно, луч $PC$ является биссектрисой угла $APQ$ прямоугольного треугольника $APQ$, поэтому

$$\frac{QK}{KA} = \frac{QP}{PA} = \cos\angle APQ = \cos\angle AOC = \sqrt{1-\sin^2\angle AOC} = \frac{1}{4}.$$

Ответ: б) $1:4$.

# Задание №17 решение и ответ:

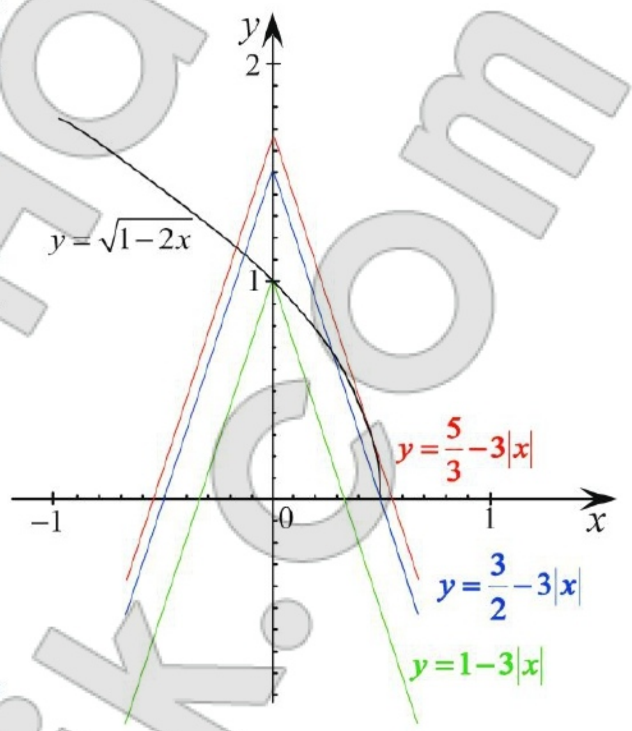
Примем объем бассейна за 1. Пусть вначале первая и вторая трубы, работая вместе $t_1$ ч, налили $(30+30-3V)\cdot t_1 = (60-3V)t_1 = 0,3$ бассейна, далее все три трубы, работая вместе $t_2$ ч, налили $(30+30-3V+30+10V)\cdot t_2 = (90+7V)t_2 = 0,7$ бассейна. Тогда время наполнения бассейна

$$t(V) = t_1 + t_2 = \frac{0,1}{20-V} + \frac{0,7}{90+7V} = \frac{23}{(20-V)(90+7V)}.$$

Найдем, при каком $V$ полученное выражение наименьшего значения. Графиком функции $y=(20-V)(90+7V)$ является парабола, пересекающая ось абсцисс в точках 20 и $-\frac{90}{7}$, ветви которой направлены вниз. Абсцисса вершины этой параболы равна $\frac{20+\left(-\frac{90}{7}\right)}{2} = \frac{25}{7}$. Эта величина лежит в интервале $(0;\ 10)$, а значит, наибольшее значение квадратного трехчлена на данном интервале и достигается при $V=\frac{25}{7}$. Осталось заметить, что наибольшее значение знаменателя положительно, поэтому оно соответствует наименьшему значению $t(V)$.

Ответ: $\frac{25}{7}$.

# Задание №18 решение и ответ:




Определим, что при $a<0$ уравнение не имеет решений, так как левая часть не меньше нуля, а правая меньше нуля. Определим, для каких $a\geq 0$ графики функции $y=\sqrt{1-2x}$ и $y=a-3|x|$ имеют более двух общих точек на области $x\leq \frac{1}{2}$.

Заметим, что при всех $a\geq 1$ уравнение имеет хотя бы один корень, не превосходящий нуль. При $1<a<\frac{3}{2}$ уравнение имеет два решения. При $\frac{3}{2}\leq a<m$, где $m$ — значение $a$, которому соответствует точка касания графика функции $y=m-3x$ и графика функции $y=\sqrt{1-2x}$. Найдём $m$:

$$\begin{cases} y'(x_0)=-3, \\ m=-y'(x_0)\cdot x_0+y(x_0) \end{cases} \underset{y=\sqrt{1-2x}}{\Leftrightarrow} \begin{cases} \dfrac{-2}{2\sqrt{1-2x_0}}=-3, \\ m=3x_0+\sqrt{1-2x_0} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{1-2x_0}=\dfrac{1}{3}, \\ m=3x_0+\sqrt{1-2x_0} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=\dfrac{4}{9}, \\ m=\dfrac{5}{3}. \end{cases}$$

Таким образом, при $a=\frac{5}{3}$ уравнение имеет два решения, а при больших $a$ — только одно решение. Значит, $a\in\left[\frac{3}{2};\ \frac{5}{3}\right)$ — единственный промежуток, на котором уравнение имеет больше двух решений (то есть три).

Ответ: $\left[\frac{3}{2};\ \frac{5}{3}\right)$.

# Задание №19 решение и ответ:

а) Да. Пусть в классе учится 29 человек, из которых сперва 15 человек не поняли доказательство (большая часть класса), а затем их осталось 14 (меньшая часть).

*Замечание:* подойдет любой пример с нечетным количеством учеников от 21 до 29 и количествами понявших и не понявших, отличающимися на 1.

б) Да. Пусть в классе было 24 ученика, из которых ровно 6 поняли доказательство. Тогда исходно процент понявших — 25, а после перемены, когда понявших станет 7, процент понявших будет нецелым.

Замечание: Есть и другие примеры, например, 3 ученика из 30 поняли доказательство на уроке.

в) Пусть всего в классе $n$ учеников, а количество так и не понявших доказательство равно $k$. Очевидно, $k$ не превосходит $(n-1)$, ведь один ученик понял доказательство на перемене. Тогда искомый процент равен $\frac{100k}{n}$. Чтобы это число было как можно большим, требуется максимизировать дробь $\frac{k}{n}$ при условии, что $100k \vdots n$.

Докажем, что наибольшее значение дроби $\frac{100k}{n}$ равно 96. Результат 96 достигается, если $k = 24$, $n = 25$. Если $n < 25$, то очевидно, что $\left(\frac{k}{n}\right)_{max} < \frac{24}{25}$.

Далее, разберем случаи $n = 26,\ 27,\ 28,\ 29,\ 30$.

1) $n = 26$. Чтобы выполнялось условие $100k \vdots n$, необходимо взять $k$, кратное 13, что возможно только при $k = 13$, а $\frac{13}{26} < \frac{24}{25}$.

2) $n = 27$. Чтобы выполнялось условие $100k \vdots n$, необходимо взять $k$, кратное 27, что возможно только при $k = 0$.

3) $n = 28$. Чтобы выполнялось условие $100k \vdots n$, необходимо взять $k$, кратное 7, что возможно только при $k$ не большем 21, а $\frac{21}{28} < \frac{24}{25}$.

4) $n = 29$. Чтобы выполнялось условие $100k \vdots n$, необходимо взять $k$, кратное 29, что возможно только при $k = 0$.

5) $n = 30$. Чтобы выполнялось условие $100k \vdots n$, необходимо взять $k$, кратное 3, что возможно только при $k$ не большем 27, а $\frac{27}{30} < \frac{24}{25}$.

Таким образом, 96 — наибольшее целое значение искомого процента.

Ответ: а) да; б) да; в) 96.