

**Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ
11 класс**

22 апреля 2020 года
Вариант MA1910511
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

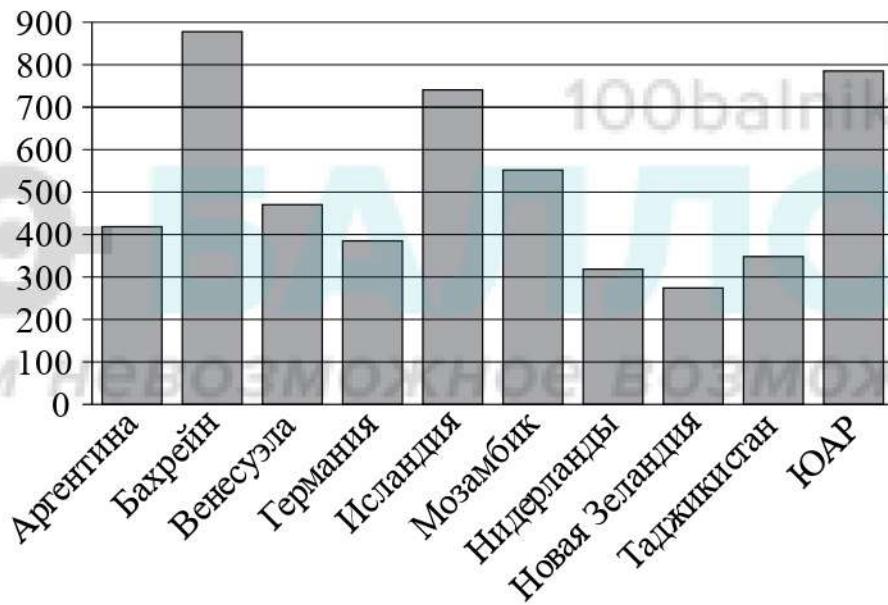
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Диагональ экрана телевизора равна 37 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа.

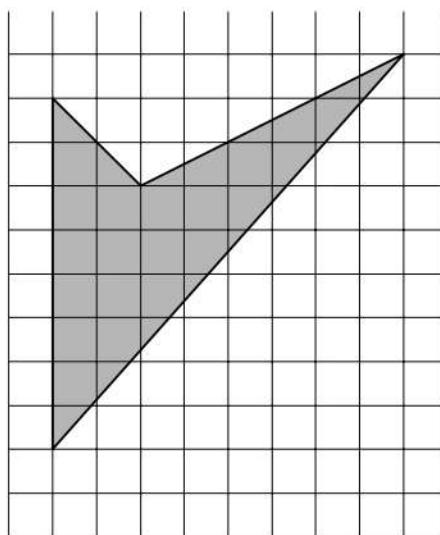
Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показано распределение выплавки алюминия в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимал Бахрейн, десятое место — Новая Зеландия. Какое место занимал Таджикистан?



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён четырёхугольник. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

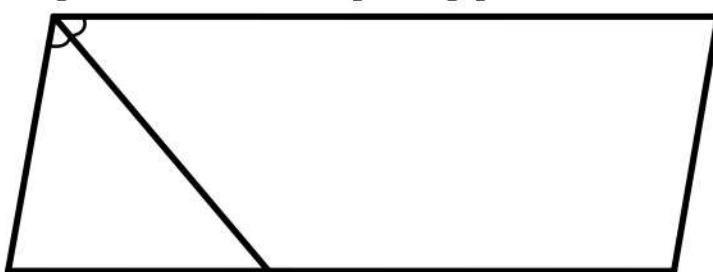
- 4** В классе 21 учащийся, среди них два друга — Сергей и Олег. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Сергей и Олег окажутся в одной группе.

Ответ: _____.

- 5** Найдите корень уравнения $5^{1-2x} = 6,25 \cdot 2^{1-2x}$.

Ответ: _____.

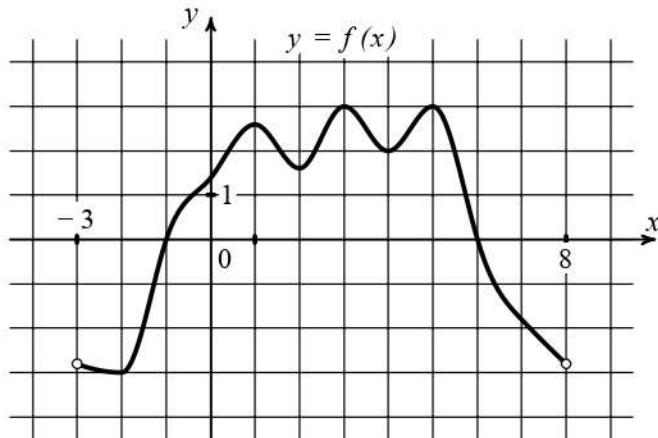
- 6** Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении $2 : 7$, считая от вершины острого угла. Найдите большую сторону параллелограмма, если его периметр равен 44.



Ответ: _____.

7

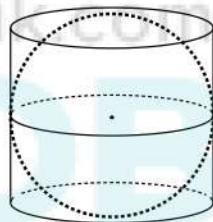
- На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ: _____.

8

- Цилиндр, объём которого равен 93, описан около шара. Найдите объём шара.



Ответ: _____.

100 БАЛЛОВ
Делаем невозможное возможным

Часть 2

9

- Найдите значение выражения $\log_3 \log_7 343$.

Ответ: _____.

10

- Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \cos(\omega t + \phi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 150^\circ/\text{с}$, фаза $\phi = -60^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: _____.

11

Две трубы наполняют бассейн за 5 часов 52 минуты, а одна первая труба наполняет бассейн за 22 часа. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Ответ: _____.

12

Найдите наибольшее значение функции $y = \sqrt{35 + 2x - x^2}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)} = 2$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

14

В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной $AB = 5$ и диагональю $BD = 9$. Все боковые рёбра пирамиды равны 5. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на ребре AS — точка F так, что $SF = BE = 4$.

а) Докажите, что плоскость CED параллельна ребру SB .

б) Плоскость CED пересекает ребро SD в точке Q . Найдите расстояние от точки Q до плоскости ABC .

15

Решите неравенство $\frac{\log_2(8x) \cdot \log_3(27x)}{x^2 - |x|} \leq 0$.

16

Прямая, проходящая через середину M гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC , перпендикулярна CM и пересекает катет AC в точке K . При этом $AK : KC = 1 : 2$.

а) Докажите, что $\angle BAC = 30^\circ$.

б) Пусть прямые MK и BC пересекаются в точке P , а прямые AP и BK — в точке Q . Найдите KQ , если $BC = 2\sqrt{3}$.

17

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на срок 10 лет. Условия возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку r , если известно, что последний платёж будет не менее 0,819 млн рублей.

100balnik.com

18

Найдите все значения a , для каждого из которых уравнение

$$25^x - (a+6) \cdot 5^x = (5 + 3|a|) \cdot 5^x - (a+6)(3|a|+5)$$

имеет единственное решение.

19

Известно, что a , b , c и d — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a+c}{b+d} = \frac{8}{25}$?

б) Может ли дробь $\frac{a+c}{b+d}$ быть в 11 раз меньше, чем значение выражения

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d}?$$

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a+c}{b+d}$, если $a > 5b$ и $c > 6d$?

**Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ
11 класс**

22 апреля 2020 года
Вариант MA1910512
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

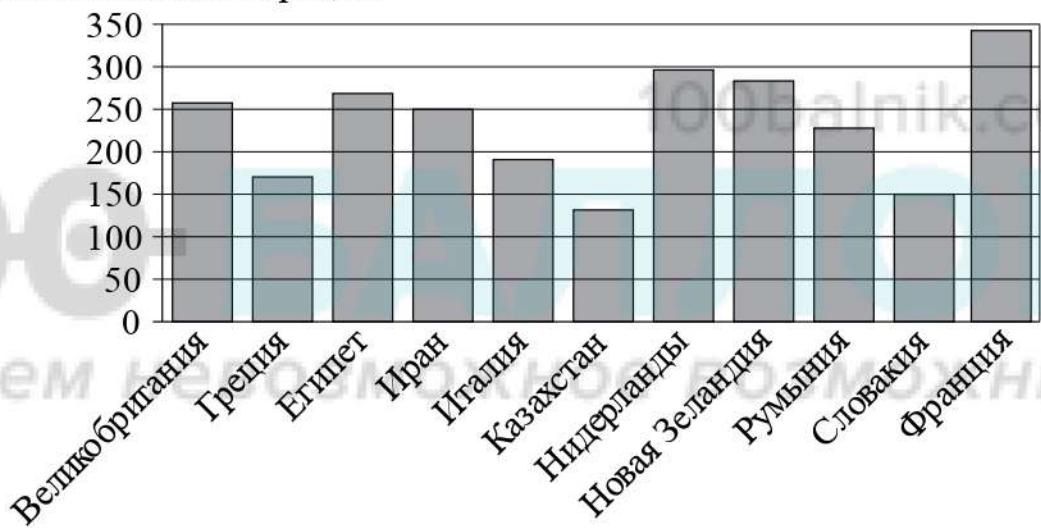
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Диагональ экрана телевизора равна 50 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа.

Ответ: _____.

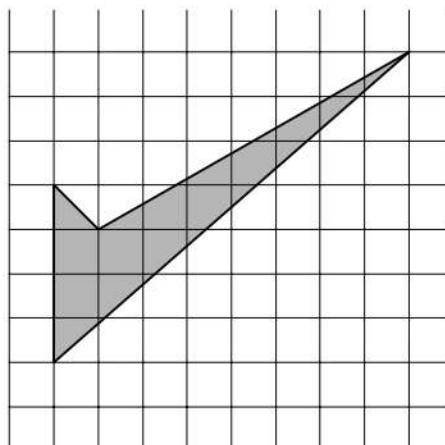
- 2** На диаграмме показано распределение выплавки алюминия в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Франция, одиннадцатое место — Казахстан. Какое место занимала Греция?



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён четырёхугольник. Найдите его площадь.

Ответ: _____.



- 4** На потоке 51 студент, среди них два друга — Вадим и Михаил. Поток случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Михаил окажутся в одной группе.

Ответ: _____.

- 5** Найдите корень уравнения $2^{5-2x} = 0,2 \cdot 10^{5-2x}$.

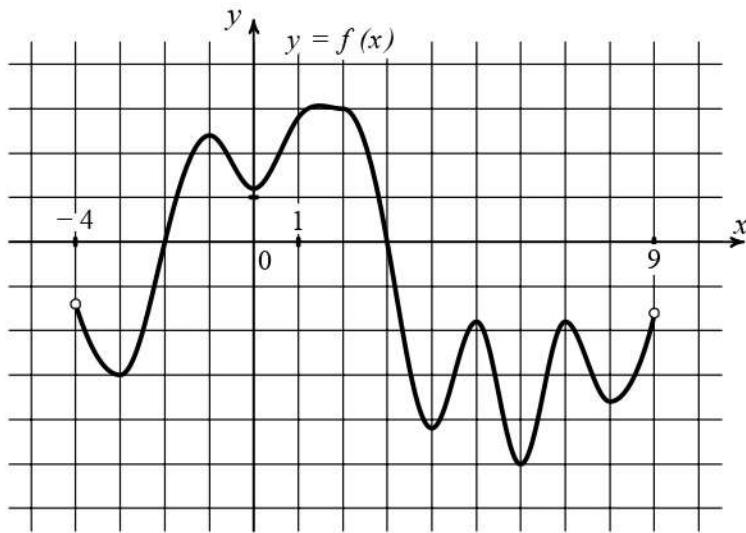
Ответ: _____.

- 6** Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении $1 : 3$, считая от вершины острого угла. Найдите большую сторону параллелограмма, если его периметр равен 20.



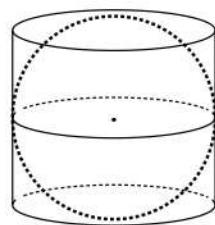
Ответ: _____.

- 7** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 9)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ: _____.

- 8** Цилиндр, объём которого равен 30, описан около шара. Найдите объём шара.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9** Найдите значение выражения $\log_{16} \log_3 9$.

Ответ: _____.

- 10** Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 120^\circ/\text{с}$, фаза $\varphi = -30^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: _____.

- 11** Две трубы наполняют бассейн за 2 часа 24 минуты, а одна первая труба наполняет бассейн за 4 часа. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Ответ: _____.

- 12** Найдите наибольшее значение функции $y = \sqrt{-75 - 28x - x^2}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13**
- а) Решите уравнение $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\cos\left(\frac{11\pi}{2} + x\right)} = -2$.
- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

- 14**
- В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной $AB = 4$ и диагональю $BD = 7$. Все боковые рёбра пирамиды равны 4. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на ребре AS — точка F так, что $SF = BE = 3$.
- а) Докажите, что плоскость CEF параллельна ребру SB .
- б) Плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q . Найдите расстояние от точки Q до плоскости ABC .

- 15**
- Решите неравенство $\frac{\log_3(9x) \cdot \log_4(64x)}{5x^2 - |x|} \leq 0$.

- 16**
- Прямая, проходящая через середину M гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC , перпендикулярна CM и пересекает катет AC в точке K . При этом $AK : KC = 1 : 2$.
- а) Докажите, что $\angle BAC = 30^\circ$.
- б) Пусть прямые MK и BC пересекаются в точке P , а прямые AP и BK — в точке Q . Найдите KQ , если $BC = \sqrt{21}$.

17

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн рублей на срок 10 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку r , если известно, что последний платёж будет не менее 0,92 млн рублей.

18

Найдите все значения a , для каждого из которых уравнение

$$4^x + (a - 6) \cdot 2^x = (2 + 3|a|) \cdot 2^x + (a - 6)(3|a| + 2)$$

имеет единственное решение.

19

Известно, что a, b, c и d — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a+c}{b+d} = \frac{7}{23}$?

б) Может ли дробь $\frac{a+c}{b+d}$ быть в 12 раз меньше, чем сумма $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a+c}{b+d}$, если $a > 4b$ и $c > 7d$?