



I (школьный) этап Всероссийской олимпиады школьников  
2019/20 учебный год

Предмет	Класс	Дата	Время начала	Время окончания
Математика	11	02.10.2019	10.00	13.55

11.1. Малыш и Карлсон решили заняться спортом. Каждое утро Малыш бегает по одной и той же круговой дорожке в парке, а Карлсон летает над этой же дорожкой. Скорости обоих постоянны и одинаковы изо дня в день. Малыш заметил, что если они движутся в одном направлении, то Карлсон догоняет его каждые 5 минут, а если они движутся в противоположных направлениях, то встречаются каждые 3 минуты. Малыш хочет по этим данным найти во сколько раз он движется медленнее, чем Карлсон. Помогите ему.

11.2. Известно, что числа  $2a + b$ ,  $2b + c$  и  $2c + a$  рациональны. Доказать, что числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  также рациональны.

11.3. На стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , такая что окружности, вписанные в треугольники  $ACD$  и  $BCD$ , касаются отрезка  $CD$  в одной и той же точке  $F$ . Пусть  $K$  и  $L$  — точки касания каждой из окружностей и отрезка  $AB$ . Найти величину угла  $KFL$ .

11.4 Для некоторых целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{2019}$  число  $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{2019}^2$  делится на 5. Доказать, что хотя бы одно из чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{2019}$  делится на 5 или среди этих чисел найдутся хотя бы 506, дающих при делении на 5 одинаковые остатки.

11.5 Можно ли квадрат  $10 \times 10$  клеток разделить на доминошки  $2 \times 1$  таким образом, чтобы все прямые, пересекающие квадрат, параллельные одной из его сторон и не проходящие через вершины клеток, пересекали одинаковое количество отрезков внутри квадрата, по которым происходит деление на доминошки?

100balnik.com