



I (школьный) этап Всероссийской олимпиады школьников
2019/20 учебный год

Предмет	Класс	Дата	Время начала	Время окончания
Математика	10		10.00	14.00

10.1. Приведите пример девятизначного числа, записываемого тремя тройками, тремя шестёрками и тремя семёрками и делящегося на 2019.

10.2. В классе число всех учеников, число мальчиков, число девочек и число владеющих английским языком образуют арифметическую прогрессию (в каком-то порядке), а наименьшее из этих чисел равно 12. Сколько учеников в классе, если известно, что их меньше 40?

10.3. У трапеции два угла прямые и угол между диагоналями тоже прямой. Найдите площадь трапеции, если длины её оснований равны 4 и 9.

10.4. Назовём параболу *гармоничной*, если она является графиком квадратного трёхчлена вида $f(x) = x^2 + px + q$, удовлетворяющего условию $f(x) = x^2 \cdot f(1/x)$ при любом $x \neq 0$. Докажите, что вершины всех гармоничных парабол лежат на одной параболе.

10.5. Шесть шахматистов провели однокруговой турнир (каждый сыграл с каждым ровно один раз). За победу присуждалось 1 очко, за ничью – 0,5 очка, за поражение – 0 очков. В конце турнира для каждого участника подсчитали его *коэффициент Бергера*, равный сумме очков всех тех, у кого он выиграл, и половине очков тех, с кем он сыграл вничью. Оказалось, что у всех участников эти коэффициенты разные. Победителем турнира считается шахматист, набравший наибольшее число очков, а при равенстве очков у нескольких участников тот из них, у кого коэффициент Бергера выше. Какое наименьшее число очков мог набрать победитель турнира?