

**I (школьный) этап**  
**XLVI Всероссийской олимпиады школьников по математике.**  
**2019 год г. Саратов 11 класс (3 часа или 4 урока)**

1. Найдите все пары чисел  $x, y$ , для которых выполнено равенство:  
$$\sqrt{x-y} + \sqrt{y-x} = x + y + 2019.$$
2. На доске написаны четыре числа, ни одно из которых не равно 0. Если каждое из них умножить на сумму трех остальных, получается четыре одинаковых результата. Докажите, что квадраты записанных на доске чисел равны.
3. Сколько существует шестизначных чисел, у которых каждая цифра встречается ровно два раза?
4. Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. На продолжении диагонали  $BD$  за точку  $D$  выбрана точка  $F$  такая, что  $AF \parallel BC$ . Докажите, что окружность, описанная около треугольника  $ADF$ , касается прямой  $AC$ .
5. В таблицу  $8 \times 8$  записали натуральные числа. Могло ли оказаться так, что сумма чисел в каждой следующей строке на 5 больше, чем в предыдущей, а сумма чисел в каждом следующем столбце на 6 больше, чем в предыдущем?

**I (школьный) этап**  
**XLVI Всероссийской олимпиады школьников по математике.**  
**2019 год г. Саратов 11 класс (3 часа или 4 урока)**

1. Найдите все пары чисел  $x, y$ , для которых выполнено равенство:  
$$\sqrt{x-y} + \sqrt{y-x} = x + y + 2019.$$
2. На доске написаны четыре числа, ни одно из которых не равно 0. Если каждое из них умножить на сумму трех остальных, получается четыре одинаковых результата. Докажите, что квадраты записанных на доске чисел равны.
3. Сколько существует шестизначных чисел, у которых каждая цифра встречается ровно два раза?
4. Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. На продолжении диагонали  $BD$  за точку  $D$  выбрана точка  $F$  такая, что  $AF \parallel BC$ . Докажите, что окружность, описанная около треугольника  $ADF$ , касается прямой  $AC$ .
5. В таблицу  $8 \times 8$  записали натуральные числа. Могло ли оказаться так, что сумма чисел в каждой следующей строке на 5 больше, чем в предыдущей, а сумма чисел в каждом следующем столбце на 6 больше, чем в предыдущем?